

Đề thi gồm có: 01 trang

Họ và tên thí sinh: .....  
Số báo danh: .....

**Câu 1.** (2,0 điểm) Cho biểu thức:

$$A = \left[ \frac{6x}{\sqrt{x}-1} + \frac{7(\sqrt{x}+1)}{x} + \frac{4}{x\sqrt{x}-x} \right] : \frac{3x-1}{x-\sqrt{x}}, \text{ với } x > 0, x \neq 1, x \neq \frac{1}{3}.$$

- 1) Rút gọn  $A$ .
- 2) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $A$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm) Một ô tô xuất phát lúc 6 giờ từ Hà Nội đến một bến xe ở Hà Tĩnh. Ban đầu xe di chuyển với vận tốc 45 km/h. Nhận thấy nếu cứ đi với tốc độ đó thì xe sẽ đến muộn hơn so với quy định 1 giờ nên sau 2 giờ kể từ lúc xuất phát, lái xe tăng tốc và đi với vận tốc 60 km/h trên suốt quãng đường còn lại. Do đó xe đến nơi sớm hơn quy định 30 phút. Tính quãng đường xe phải đi và thời điểm xe đến bến xe ở Hà Tĩnh.

**Câu 3.** (2,5 điểm)

- 1) Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho đường thẳng  $(d): y = ax + b$  đi qua điểm  $M(1; -1)$  và cắt đường thẳng  $(d'): y = 2x + 7$  tại điểm có tung độ bằng 5. Tính diện tích của tam giác xác định bởi  $(d)$  và hai trục tọa độ.
- 2) Cho phương trình  $x^2 - 2(m+2)x + m^2 - 3 = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$(x_1^2 - 2mx_1 + m^2 + 1)(x_2 + 1) = 2(x_1 + x_2)^2.$$

**Câu 4.** (3,0 điểm) Cho hai đường tròn  $(O; R)$  và  $(O'; R')$  tiếp xúc trong với nhau tại  $A$  ( $R < R'$ ). Đường kính  $AB$  của đường tròn  $(O)$  cắt đường tròn  $(O')$  tại điểm thứ hai  $C$ . Qua  $C$  kẻ tiếp tuyến  $CF$  với  $(O)$ ,  $F$  là tiếp điểm.

- 1) Khi  $R = \frac{2}{3}R'$  hãy tính diện tích của tam giác  $FAB$  theo  $R$ .
- 2) Gọi  $G$  là hình chiếu vuông góc của  $F$  trên  $AB$ . Trên nửa mặt phẳng không chứa  $F$  có bờ là đường thẳng  $AB$  kẻ đường thẳng qua  $C$ , cắt  $(O)$  tại  $D, E$  ( $E$  nằm giữa  $C, D$ ). Chứng minh rằng  $OGED$  là tứ giác nội tiếp.
- 3) Tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại  $B$  cắt đường tròn  $(O')$  tại  $H$  thuộc nửa mặt phẳng chứa  $D$  có bờ là đường thẳng  $AB$ . Kéo dài  $OF$  cắt  $AH$  tại  $I$ . Chứng minh rằng  $CI$  vuông góc với đường nối tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AIB$  và tam giác  $DIE$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm) Có hay không một đa thức bậc hai với hệ số nguyên  $P(x) = ax^2 + bx + c$  nhận  $\sqrt[3]{5}$  là nghiệm? Em hãy giải thích câu trả lời của mình.

.....Hết.....

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

**ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM KÌ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN  
NĂM 2024 – LẦN 2  
BÀI THI MÔN 2: Môn Toán chung**

Câu	Đáp án	Điểm
<b>Câu 1.1</b> 1,0 điểm	$A = \left[ \frac{6x}{\sqrt{x}-1} + \frac{7(\sqrt{x}+1)}{x} + \frac{4}{x\sqrt{x}-x} \right] : \frac{3x-1}{x-\sqrt{x}}$	0,25
	$A = \left[ \frac{6x^2}{x(\sqrt{x}-1)} + \frac{7(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{x(\sqrt{x}-1)} + \frac{4}{x(\sqrt{x}-1)} \right] \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{3x-1}$	
	$A = \frac{6x^2 + 7(x-1) + 4}{x(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{3x-1}$	0,25
	$A = \frac{6x^2 + 7x - 3}{\sqrt{x}(3x-1)} = \frac{(2x+3)(3x-1)}{\sqrt{x}(3x-1)}$	0,25
	$A = \frac{2x+3}{\sqrt{x}}$	0,25
<b>Câu 1.2</b> 1,0 điểm	+ Ta thấy $A = \frac{2x+3}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}}$ .	0,25
	+ Áp dụng bất Cosi cho 2 số không âm, ta có $A = 2\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} \geq 2 \cdot \sqrt{2\sqrt{x} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}}} = 2\sqrt{6}$	0,25
	+ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow 2\sqrt{x} = \frac{3}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ (tmdk)	0,25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của $A$ là $2\sqrt{6}$ khi $x = \frac{3}{2}$ .	0,25
<b>Câu 2</b> 1,5 điểm	+ Gọi $x$ là quãng đường ô tô phải đi. ( $km, x > 0$ )	0,25
	+ Nếu cứ đi với vận tốc 45 km/h trên cả quãng đường thì xe sẽ đến muộn hơn so với quy định 1 giờ nên thời gian ô tô cần để đến đúng giờ quy định là: $\frac{x}{45} - 1$ (h) (1)	
	+ Đòi 30 phút = $\frac{1}{2}$ (h) + Vì sau 2 giờ kể từ lúc xuất phát xe đi với vận tốc 60 km/h trên suốt quãng đường còn lại và đến nơi sớm hơn quy định 30 phút nên thời gian ô tô cần để đến đúng giờ quy định là: $2 + \frac{x-90}{60} + \frac{1}{2}$ (h) (2)	0,5
	+ Từ (1) (2) ta có phương trình: $\frac{x}{45} - 1 = 2 + \frac{x-90}{60} + \frac{1}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 360$	0,25
	+ Vậy quãng đường ô tô phải đi là 360 km. + Thời gian thực tế xe đi là $\frac{360}{45} - 1 - \frac{1}{2} = 6,5$ (h) nên thời điểm xe đến bến xe ở Hà Tĩnh là 12 giờ 30 phút.	0,25
<b>Câu 3.1</b>	+ Vì đường thẳng ( $d$ ): $y = ax + b$ đi qua điểm $M(1; -1)$ nên $a + b = -1$ . (1)	0,25

1,0 điểm	+ Vì đường thẳng $(d): y = ax + b$ cắt đường thẳng $(d'): y = 2x + 7$ tại điểm có tung độ bằng 5 nên $(d): y = ax + b$ đi qua $N(-1; 5)$ . Do đó $-a + b = 5$ . (2)	
	+ Từ (1) (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a + b = -1 \\ -a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow (d): y = -3x + 2$	0,25
	+ $(d)$ cắt Ox tại $A(\frac{2}{3}; 0)$ và cắt Oy tại $B(0; 2)$ .	0,25
	+ Do đó diện tích của tam giác xác định bởi $(d)$ và hai trục tọa độ là $\frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3} (dvdt)$ .	0,25
<b>Câu 3.2</b> 1,5 điểm	+ Ta thấy phương trình $x^2 - 2(m+2)x + m^2 - 3 = 0$ có: $\Delta' = (m+2)^2 - m^2 + 3 = 4m + 7$	0,25
	+ Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4m + 7 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-7}{4}$	
	+ Theo hệ thức Viet, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 3 \end{cases}$	0,25
	+ Vì $x_1, x_2$ là nghiệm của phương trình đã cho nên $x_1^2 - 2(m+2)x_1 + m^2 - 3 = 0$ $\Rightarrow x_1^2 - 2mx_1 - 4x_1 + m^2 - 3 = 0$	0,25
	$\Rightarrow x_1^2 - 2mx_1 + m^2 + 1 = 4x_1 + 4$ $\Rightarrow (x_1^2 - 2mx_1 + m^2 + 1)(x_2 + 1) = 4(x_1 + 1)(x_2 + 1)$	0,25
	+ Do đó $(x_1^2 - 2mx_1 + m^2 + 1)(x_2 + 1) = 2(x_1 + x_2)^2 \Leftrightarrow 4(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 2(x_1 + x_2)^2$ $\Leftrightarrow 4x_1 \cdot x_2 + 4(x_1 + x_2) + 4 = 2(x_1 + x_2)^2$ $\Leftrightarrow 4(m^2 - 3) + 4 \cdot 2(m+2) + 4 = 2 \cdot 4 \cdot (m+2)^2$	0,25
	$\Leftrightarrow m^2 + 6m + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 + \sqrt{3} (tm) \\ m = -3 - \sqrt{3} (l) \end{cases}$ Vậy $m = -3 + \sqrt{3}$ .	0,25
	<b>Ghi chú:</b> nếu trong bài làm học sinh không loại nghiệm $m = -3 - \sqrt{3}$ thì trừ 0,25 điểm.	
<b>Câu 4</b>	+ Hình vẽ:	



	<p>+ Do đó <math>\triangle CGE</math> đồng dạng với <math>\triangle CDO</math> (c.g.c)  <math>\Rightarrow \angle CGF = \angle CDO</math>  Suy ra <math>OGED</math> là tứ giác nội tiếp. (đpcm)</p>	0,25
<b>Câu 4.3</b> 1,0 điểm	<p>+ <math>HF</math> cắt <math>IC</math> tại <math>L</math>.  + Theo chứng minh trên <math>\angle CFI = 90^\circ</math>.  + Vì <math>H</math> thuộc đường tròn đường kính <math>AC</math> nên <math>\angle CHA = 90^\circ</math> hay tam giác <math>CHI</math> vuông tại <math>H</math>.  + Tam giác <math>CHA</math> vuông tại <math>H</math> có đường cao <math>HB</math> nên theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có <math>CH^2 = CB.CA</math> (6)  + Từ (1), (6) suy ra <math>CH^2 = CB.CA = CF^2 \Rightarrow CH = CF</math></p>	0,25
	<p>+ Do đó <math>\triangle CHI = \triangle CFI</math> (ch-cgv) <math>\Rightarrow IH = IF</math>  <math>\Rightarrow CI</math> là trung trực <math>HF</math> hay <math>IC</math> vuông góc với <math>HF</math> tại <math>L</math>.</p>	0,25
	<p><math>\Rightarrow CL.CI = CF^2 = CE.CD = CA.CB</math>  <math>\Rightarrow \frac{CL}{CE} = \frac{CD}{CI}, \frac{CL}{CB} = \frac{CA}{CI}</math>  Do đó <math>\triangle CLE</math> đồng dạng với <math>\triangle CDI</math> (c.g.c) và <math>\triangle CLB</math> đồng dạng với <math>\triangle CAI</math> (c.g.c)  Suy ra <math>DILE, AILB</math> là các tứ giác nội tiếp.</p>	0,25
	<p><math>\Rightarrow</math> các đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>AIB</math> và tam giác <math>DIE</math> cắt nhau tại điểm thứ hai <math>L</math>.  + Gọi <math>K, J</math> lần lượt là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>AIB</math> và tam giác <math>DIE</math> thì theo tính chất đường nối tâm, ta có <math>KJ</math> vuông góc với <math>IL</math>.  <math>\Rightarrow KJ</math> vuông góc với <math>IC</math> (đpcm).</p>	0,25
<b>Câu 5</b> 1,0 điểm	<p>+ Giả sử tồn tại đa thức bậc hai với hệ số nguyên <math>P(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0</math> nhận <math>\sqrt[3]{5}</math> là nghiệm. Khi đó <math>a(\sqrt[3]{5})^2 + b\sqrt[3]{5} + c = 0</math>.</p>	0,25
	<p><math>\Rightarrow [a(\sqrt[3]{5})^2 + b\sqrt[3]{5} + c].(a\sqrt[3]{5} - b) = 0</math>  <math>\Rightarrow 5a^2 + ab(\sqrt[3]{5})^2 + ac\sqrt[3]{5} - ab(\sqrt[3]{5})^2 - b^2.\sqrt[3]{5} - bc = 0</math>  <math>\Rightarrow 5a^2 - bc = (b^2 - ac).\sqrt[3]{5}</math></p>	0,25
	<p>+ Nếu <math>b^2 - ac \neq 0</math> thì <math>\sqrt[3]{5} = \frac{5a^2 - bc}{b^2 - ac}</math>, mâu thuẫn do <math>\sqrt[3]{5}</math> là số vô tỉ và <math>\frac{5a^2 - bc}{b^2 - ac}</math> là số hữu tỉ. Do đó <math>b^2 - ac = 0</math>.</p>	0,25
	<p>+ Khi đó <math>\begin{cases} b^2 - ac = 0 \\ 5a^2 - bc = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^3 - abc = 0 \\ 5a^3 - abc = 0 \end{cases} \Rightarrow 5a^3 = b^3 \Rightarrow \sqrt[3]{5} = \frac{b}{a}</math> (do <math>a \neq 0</math>), mâu thuẫn do <math>\sqrt[3]{5}</math> là số vô tỉ và <math>\frac{b}{a}</math> là số hữu tỉ.  Vậy không tồn tại đa thức bậc hai với hệ số nguyên <math>P(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0</math> nhận <math>\sqrt[3]{5}</math> là nghiệm.</p>	0,25